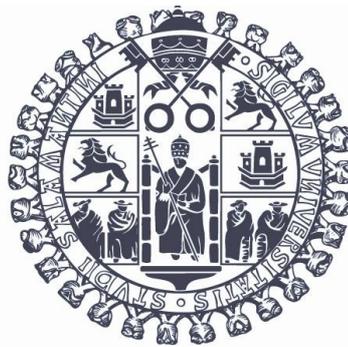


**COMPARATIVA ALTIMETRÍA GPS+GEOIDE  
EGM08 FRENTE A NIVELACIÓN GEOMÉTRICA  
EN OBRA LINEAL**



**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CARTOGRÁFICA Y DEL TERRENO  
PROGRAMA DE DOCTORADO: CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE LA  
INGENIERÍA GEODÉSICA Y CARTOGRÁFICA  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ÁVILA  
(UNIVERSIDAD DE SALAMANCA)**

**TUTOR: ALFONSO NÚÑEZ-GARCÍA DEL POZO  
ALUMNO: MODESTO BLANCO DÍAZ**

# Índice de Contenido

Índice de Figuras.....	3
Índice de Tablas.....	3
1.Introducción.....	4
2.Antecedentes.....	4
3.Datos de entrada.....	5
4.Metodología .....	5
5.Resultados.....	8
5.1.Postproceso GPS.....	8
5.2.Comparativa alturas ortométricas.....	10
5.3.Comparativa ondulación del geoide.....	11
5.4.Comparativa coordenadas señales GPS del IGN.....	12
6.Conclusiones.....	13
6.1.Respecto al postproceso.....	13
6.2.Respecto a la comparativa alturas ortométricas.....	14
6.3.Respecto a la comparativa ondulación del geoide.....	14
6.4.Respecto a la comparativa coordenadas GPS del IGN.....	14
6.5.Resumen conclusiones.....	14
7.Bibliografía.....	15

## Índice de Figuras

Fig. 1: Mapa de situación de la zona de actuación.....	5
Fig. 2: Disposición líneasbase GPS.....	6
Fig. 3: Líneasbase conexión a marco referencia.....	6
Fig. 4: Estacionamiento en señal NAP nº 24 -Línea 813, pk. 153.8 de N-110.....	7
Fig. 5: Comparativa diferencias alturas ortométricas Leica y Topcon frente REDNAP.....	10
Fig. 6: Comparativa ondulaciones de geoide modelo EGM08_RED NAP frente observaciones GPS-REDNAP.....	12
Fig. 7: Mapa curvas de nivel de ondulación geoide EGM08_RED NAP.....	12

## Índice de Tablas

Tabla 1: Resultados de vectores líneasbase TopconTools con RMS.....	8
Tabla 2: Coordenadas y desviaciones típicas estimadas por Leica GeoOffice.....	9
Tabla 3: Coordenadas y desv. típicas estimadas por TopconTools. Diferencias de coordenadas entre distinto software de postproceso.....	9
Tabla 4: Diferencias absolutas y relativas de alturas ortométricas.....	10
Tabla 5: Diferencias ondulación geoide EGM08 respecto GPS-REDNAP para software Leica 11	
Tabla 6: Diferencia coordenadas IGN - proyecto en señales principales.....	13

# 1. Introducción

En la mayoría de trabajos de topografía en obra lineal, una vez instaurada la red de bases de replanteo por métodos clásicos (estación total) o métodos GPS, se suele realizar una nivelación geométrica (con nivel) entre la bases para obtener alturas ortométricas de precisión adecuada. Esta nivelación, con itinerarios cerrados de ida-vuelta, tiene la ventaja de ser fiable y precisa, pero por el contrario es lenta, pudiéndose tardar en función de la precisión requerida 4-5 días en el trabajo de campo para una obra lineal de 15 km. Por otro lado el desarrollo de las redes GNSS tanto en densificación geográfica como en exactitud de las coordenadas de referencia, y sobre todo la introducción de nuevos modelos de geoide más densos, precisos, y adaptados al datum vertical oficial, permiten obtener alturas ortométricas de precisión razonable en tiempos mucho más cortos que la nivelación geométrica convencional, al mismo tiempo que se instaura la red de bases de replanteo planimétrica.

En este trabajo, eminentemente práctico, se pretende evaluar la altimetría obtenida por método GPS+ondulación geoide, como alternativa a la nivelación geométrica clásica, en una obra lineal. Para ello se utiliza un tramo de la Red Española de Nivelación de Alta Precisión (REDNAP) de unos 15 km como referencia precisa de alturas ortométricas (H) y sobre las señales de este tramo, espaciadas 1 km, se hace un levantamiento estático GPS en postproceso, similar al que se realizaría para instaurar una red de bases de replanteo en una obra lineal, para obtener alturas elipsoidales (h) que junto con la ondulación del geoide (N) proveniente del modelo de geoide EGM08 escalado por el IGN (EGM08-REDNAP), nos permite obtener un segundo juego de alturas ortométricas  $H_{GPS} = h_{GPS} - N_{EGM08}$ .

La comparativa de ambas alturas ortométricas ofrece resultados prometedores, con una diferencia absoluta media de 4.8 cm, desviación típica de 0.5 cm y lo más importante, una diferencia relativa media de 4.6 mm por km (4.6 ppm) y diferencia relativa máxima de 1 cm por km (10 ppm).

## 2. Antecedentes

Para poder conseguir alturas ortométricas de calidad a partir de mediciones GPS sin utilizar nivelación geométrica clásica, es necesario por un lado una altura elipsoidal de la máxima precisión, que se puede obtener dentro del rango de 1 cm en diferencias relativas sin más que aplicar las técnicas de medición GPS adecuadas.

Por otro lado se necesita una ondulación del geoide también de la máxima precisión que permita conectar las alturas elipsoidales con las alturas ortométricas oficiales. Dentro de esta línea, a finales del año 2009 el Instituto Geográfico Nacional (IGN) ha publicado un nuevo modelo de geoide (Centro de Observaciones Geodésicas del IGN-Spain, 2009), el EGM08\_REDNAP, que sustituye con ventaja al antiguo IBERGE095. En este apartado se explican sus principales características: el nuevo geoide se ha generado a partir del modelo geopotencial global EGM2008, de tipo gravimétrico (Pavlis et al) y el más preciso hasta la fecha, ajustándolo al Sistema de Referencia Vertical en España materializado por REDNAP, mediante un ajuste de mínima curvatura a 13.700 señales REDNAP con doble juego de alturas elipsoidal y ortométrica. No se trata por lo tanto ya de un modelo de geoide gravimétrico, sino más bien un conjunto de ondulaciones geoidales que relacionan el elipsoide de referencia con el datum vertical oficial. Las principales ventajas respecto al antiguo IBERGE095 son: coherencia con el sistema altimétrico REDNAP actualizado recientemente; y mayor exactitud y resolución (1' x 1' de rejilla).

REDNAP está compuesta por 25.000 señales con separación media de 1 km, abarcando unos 18.000, más otros 3400 km en 34 nuevas líneas que constituyen el proyecto de densificación desde el 2008, con el objetivo de que ningún polígono supere los 400 km de perímetro. La red

ha sido observadas con técnicas de nivelación geométrica de alta precisión con tolerancias de  $1.5 \sqrt{k}$  mm. Para el ajuste del geode se han utilizado 12.300 puntos medidos con GPS estático con observaciones medias de 10', más 164 puntos de la ampliación de REDNAP, en los que se mide 1 punto cada 5 km con observación de 30'. También se incluyen unos 250 puntos con 6 horas de medición procedentes del apoyo de nivelación de REGENTE.

La evaluación de la precisión se llevó a cabo sobre 188 señales en 11 líneas de la ampliación de REDNAP no incluidas en el ajuste del modelo EGM08\_REDNAP. La precisión absoluta (exactitud) obtenida es de 3.8 cm; y la precisión (relativa) es de 2 ppm (2 mm/km). El presente trabajo servirá como una evaluación añadida a este modelo de geode.

### 3. Datos de entrada

- Alturas ortométricas de referencia procedentes de REDNAP, de la línea 813 Villarejo-Segovia.
- Alturas elipsoidales obtenidas en campo mediante técnicas GPS estático.
- Ondulaciones de geode procedentes de modelo geode EGM08\_REDNAP.

### 4. Metodología

Inicialmente se elige la línea de nivelación 813 Villarejo-Segovia, por estar dentro de Castilla y León y pertenecer al grupo de ampliación de REDNAP que no se incluyó en el ajuste del geode, de modo que sirva por un lado de evaluación del error absoluto del modelo de geode y a la vez de referencia relativa de alta precisión (alturas ortométricas con precisión de decima de milímetro) para la comparativa de alturas ortométricas. Dentro de la línea se escoge el tramo intermedio de 16 km entre las señales nº 24 (pk. 153.8 de carretera N-110) y nº 43 (pk. 169.1 de carretera N-110) según figura 1.

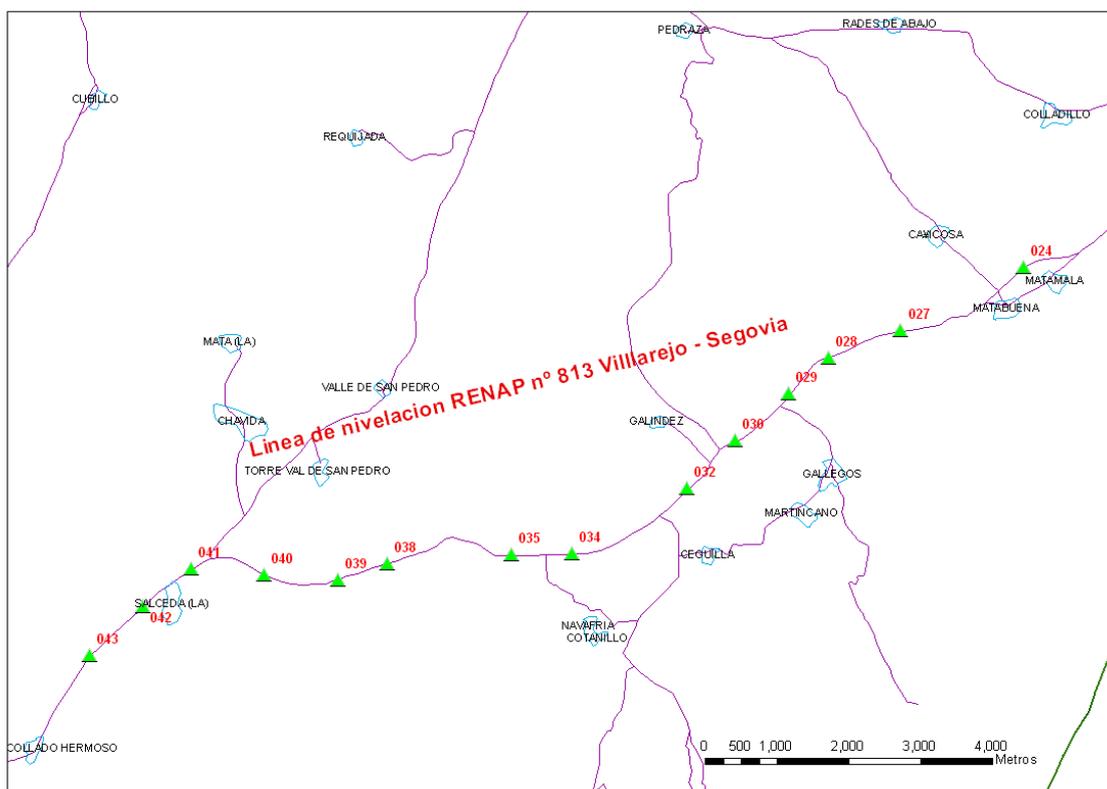


Fig. 1: Mapa de situación de la zona de actuación

En este tramo se observan 14 señales NAP, a una distancia media de 1 km, desestimando las señales 26 y 33 por tener árboles y un cartel demasiado cerca que ocultan horizonte de satélites. El tramo incluye 4 señales medidas por el IGN con métodos GPS estático con tiempos de 30' : nº 24, 30, 38, 43. Los estacionamientos GPS en las señales NAP realizan con la misma metodología que se utilizaría en la instauración de una red de bases de replanteo en obra lineal, utilizando 3 receptores GPS de doble frecuencia en paralelo, de modo que siempre se formen triángulos que permitan un ajuste y redundancia en los resultados para tener un chequeo y detectar posibles errores en alguna línea base. La disposición esquemática de las líneas base se puede ver en la figura 2, siendo los tiempos de observación mínimos de 30' para las líneas base de 2 km y 15' para las líneas base de 1 km. Se eligen estos tiempos como un compromiso entre la precisión y la rapidez, a mayores tiempos de observación se mejora la componente altimétrica de los vectores (líneas base) GPS, que es la componente más imprecisa y a la vez la que más interesa en este caso, pero también se busca rapidez en las mediciones, y dado que el factor atmosférico (troposfera e ionosfera) que más afecta a las cotas GPS se considera idéntico a estas distancias tan cortas.

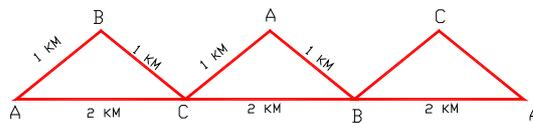


Fig. 2: Disposición líneas base GPS

Para conectar de modo absoluto al marco de referencia ETRS89 con alturas sobre el elipsoide GRS80 se miden las señales extremas 24 y 43 con observaciones GPS simultáneas de más de 1 hora de duración contra las estaciones RIAZ (Riaza) y SGVA (Segovia) de la Red GNSS de Castilla y León, distantes 30-44 km y 21-35 km respectivamente de ambas señales, como se puede observar en la figura 3. Estas estaciones tienen coordenadas ajustadas a la Red ERGNSS del IGN con una desviación típica de +1 mm en planimetría y +3 mm en altimetría. A su vez el ajuste con la Red REGENTE de la Red CyL evaluada en distintos vértices es inferior a +2 cm en las 3 componentes.



Fig. 3: Líneas base conexión a marco referencia

Todas las mediciones de campo se realizan en 1 día (8 horas), el lunes 9 de agosto de 2010, utilizando las reseñas de REDNAP publicadas por el IGN para encontrar las señales, como detalle se muestra el estacionamiento en la señal n° 24 (figura 4), a tener en cuenta que el punto 39 estaba ligeramente aplastado 1-3 mm.



*Fig. 4: Estacionamiento en señal NAP n° 24 -Linea 813, pk. 153.8 de N-110*

El postproceso de los datos GPS se realiza con 2 softwares diferentes, el GeoOffice v.7 de Leica y el TopconTools v.7.51 de Topcon, de modo que haya una comprobación, ya que generalmente cada software, y sobre todo en componente altimétrica, aplican criterios distintos. En este caso los parámetros comunes de procesamiento de líneasbase son:

- Ángulo de elevación de  $10^\circ$ , efemérides precisas, sólo datos GPS.
- Frecuencia L1, L1+L2, según distancia; intervalo de muestreo 15'.
- Modelo troposférico Hopfield(Leica) y Niell(TopconTools); modelo ionosférico automático
- Calibraciones de antena absolutas.

El ajuste de las líneasbase se hizo de 2 modos, inicialmente ajustando la subred externa con los extremos 24,43, asignando a las estaciones SGVA,RIAZ desv. típica de 2 mm en planimetría y 5 mm en altimetría, para una vez ajustados las señales 24,43, ajustar la subred interna. El segundo modo fue ajustando la subred externa y la interna a la vez, comprobando que las discrepancias entre los dos modos eran de 1-2 mm en las 3 componentes.

## 5. Resultados

### 5.1. Postproceso GPS

Los resultados de los vectores líneasbase con Leica GeoOffice siempre son demasiado optimistas, con desviación típica de 1 mm en altimetría, mientras que con TopconTools son más realistas, siendo de 2 a 8 mm (RMS 95%) en la subred interna (1 a 3 km máximo) y de 12 a 25 mm en las líneasbase externas (21 a 44 km), como se puede ver en la tabla 1.

Used GPS Observations					
Name	dN (m)	dE (m)	dHt (m)	Horz RMS (m)	Vert RMS (m)
028-029	-507.415	-547.084	20.015	0.002	0.002
029-030	-664.946	-746.996	-7.806	0.002	0.002
041-042	-539.308	-661.857	0.693	0.001	0.002
024-027	-879.993	-1705.558	-0.826	0.002	0.003
024-028	-1264.577	-2720.278	10.59	0.002	0.003
028-030	-1172.361	-1294.081	12.203	0.002	0.003
030-032	-672.627	-671.918	0.914	0.002	0.003
040-041	91.002	-1024.435	-11.81	0.002	0.003
027-028	-384.582	-1014.717	11.416	0.002	0.004
032-034	-910.974	-1612.181	0.237	0.002	0.004
034-035	-20.053	-839.743	10.852	0.003	0.004
042-043	-683.094	-750.868	9.036	0.002	0.004
030-034	-1583.6	-2284.098	1.153	0.003	0.005
040-042	-448.309	-1686.292	-11.121	0.003	0.005
035-038	-121.187	-1733.759	53.628	0.004	0.006
038-039	-226.221	-682.536	5.533	0.004	0.006
039-040	67.552	-1030.245	-35.33	0.004	0.006
028-043	-4187.258	-10301.631	45.951	0.005	0.007
041-043	-1222.398	-1412.727	9.739	0.004	0.007
034-038	-141.233	-2573.497	64.462	0.005	0.008
038-040	-158.668	-1712.783	-29.798	0.007	0.008
024-043	-5451.837	-13021.909	56.531	0.006	0.009
043-SGVA	-11037.327	-17904.904	-178.009	0.008	0.012
024-RIAZ	19244.384	23103.36	72.712	0.011	0.017
024-SGVA	-16489.158	-30926.809	-121.493	0.013	0.020
043-RIAZ	24696.231	36125.266	16.187	0.017	0.025

*Tabla 1: Resultados de vectores líneasbase TopconTools con RMS*

Tras el ajuste combinado de la red interna y externa, como se comentó en el apartado anterior, las coordenadas estimadas y sus desviaciones típicas para Leica y Topcon se muestran en las tablas 2 y 3 respectivamente. Revisando las diferencias entre ambos softwares al final de la tabla 3, en la componente altimétrica (h elipsoidal) que es la que interesa, se aprecia que no existen diferencias (1 mm máximo) entre las señales extremas 24, 43, lo cual indica un buen acuerdo en el ajuste de la red exterior, mientras en la red interior existen discrepancias de hasta 12 mm con una media de 4 mm. Estas diferencias se comparan estadísticamente con un T-test y test del Anova para el factor software, resultando que la media de las diferencias (error absoluto) es significativa, esto es, que el software afecta significativamente a la exactitud de las alturas elipsoidales (y ortométricas derivadas de éstas). Esto era lo esperado, pues distintos modelos troposféricos, ionosféricos y algoritmos de procesamiento siempre arrojan distintos

resultados. En este caso lo más importante es que la consistencia interna de la red (diferencias relativas) se mantenga en cada software.

Nº Punto	ETRS89- UTM huso 30			Ondulación EGM08_RED NAP	H ortométrica EGM_RED NAP	Desv. típica		
	Este	Norte	h elipsoidal			Este	Norte	h elipsoidal
24	436631.803	4550220.954	1197.797	53.607	1144.190	0.002	0.002	0.004
27	434926.243	4549340.957	1196.979	53.603	1143.376	0.002	0.003	0.005
28	433911.523	4548956.375	1208.391	53.600	1154.791	0.002	0.003	0.005
29	433364.441	4548448.960	1228.400	53.604	1174.796	0.002	0.003	0.006
30	432617.441	4547784.016	1220.592	53.607	1166.985	0.002	0.003	0.006
32	431945.525	4547111.391	1221.516	53.612	1167.904	0.004	0.006	0.010
34	430333.341	4546200.416	1221.751	53.616	1168.135	0.003	0.004	0.007
35	429493.598	4546180.360	1232.603	53.611	1178.992	0.004	0.005	0.009
38	427759.841	4546059.178	1286.218	53.603	1232.615	0.003	0.004	0.007
39	427077.306	4545832.957	1291.749	53.603	1238.146	0.003	0.005	0.008
40	426047.058	4545900.515	1256.419	53.593	1202.826	0.002	0.003	0.007
41	425022.625	4545991.517	1244.606	53.582	1191.024	0.002	0.003	0.006
42	424360.768	4545452.208	1245.295	53.586	1191.709	0.002	0.003	0.006
43	423609.897	4544769.115	1254.333	53.591	1200.742	0.002	0.002	0.004

Tabla 2: Coordenadas y desviaciones típicas estimadas por Leica GeoOffice

Nº Punto	ETRS89- UTM huso 30				H ortométrica EGM_RED NAP	Desv. típica			Diferencias Leica-Topcon		
	Este	Norte	h elipsoidal	H ortométrica EGM_RED NAP		Este	Norte	h elipsoidal	dE	dN	dh
24	436631.809	4550220.951	1197.797	1144.190	0.004	0.005	0.010	-0.006	0.003	0.000	
27	434926.250	4549340.958	1196.971	1143.368	0.004	0.005	0.010	-0.007	-0.001	0.008	
28	433911.532	4548956.375	1208.386	1154.786	0.004	0.005	0.010	-0.009	0.000	0.005	
29	433364.447	4548448.961	1228.399	1174.795	0.004	0.005	0.010	-0.006	-0.001	0.001	
30	432617.450	4547784.015	1220.591	1166.984	0.004	0.005	0.010	-0.009	0.001	0.001	
32	431945.532	4547111.388	1221.506	1167.894	0.004	0.005	0.010	-0.007	0.003	0.010	
34	430333.351	4546200.415	1221.743	1168.127	0.004	0.005	0.010	-0.010	0.001	0.008	
35	429493.608	4546180.363	1232.591	1178.980	0.004	0.006	0.011	-0.010	-0.003	0.012	
38	427759.849	4546059.180	1286.213	1232.610	0.004	0.005	0.011	-0.008	-0.002	0.005	
39	427077.311	4545832.961	1291.745	1238.142	0.005	0.006	0.011	-0.005	-0.004	0.004	
40	426047.064	4545900.515	1256.414	1202.821	0.004	0.005	0.010	-0.006	0.000	0.005	
41	425022.629	4545991.515	1244.603	1191.021	0.004	0.005	0.010	-0.004	0.002	0.003	
42	424360.771	4545452.208	1245.295	1191.709	0.004	0.005	0.010	-0.003	0.000	0.000	
43	423609.902	4544769.115	1254.334	1200.743	0.004	0.005	0.010	-0.005	0.000	-0.001	
								Media	<b>-0.007</b>	<b>0.000</b>	<b>0.004</b>
								Desv.típica	<b>0.002</b>	<b>0.002</b>	<b>0.004</b>
								Máximo	<b>-0.003</b>	<b>0.003</b>	<b>0.012</b>
								Mínimo	<b>-0.010</b>	<b>-0.004</b>	<b>-0.001</b>

Tabla 3: Coordenadas y desv. típicas estimadas por TopconTools. Diferencias de coordenadas entre distinto software de postproceso

Las alturas ortométricas (H) mostradas en las tablas están calculadas sin más que restar la ondulación del geoide EGM08\_RED NAP a las alturas elipsoidales :  $H_{GPS} = h_{GPS} - N_{EGM08}$ . Dicha ondulación se obtiene a partir de las coordenadas planimétricas con el programa PAG del IGN.

## 5.2. Comparativa alturas ortométricas

Dado que las diferencias entre las alturas elipsoidales/ortométricas para Leica GeoOffice y TopconTools son estadísticamente significativas, se procede a calcular la diferencia entre la altura ortométrica obtenida por nivelación geométrica REDNAP menos la altura ortométrica obtenida por GPS+geoide para ambos softwares :  $H_{REDNAP} - H_{GPS} = H_{REDNAP} - h_{GPS} + N_{EGM08}$ . Los resultados se pueden ver en la tabla 4 y la figura 5 :

Nº Punto	H1 REDNAP	H2 Leica GPS+EGM08	Diferencia H1-H2	H3 Topcon GPS+EGM08	Diferencia H1-H3	Distancia m	Distancia km acumulada	Diferencia relativa ppm cada km	Diferencia relativa ppm cada 5 km
24	1144.1364	1144.190	-0.054	1144.190	-0.054		0.00		
27	1143.3209	1143.376	-0.055	1143.368	-0.047	1920	1.92	0.8	
28	1154.7429	1154.791	-0.048	1154.786	-0.043	1120	3.04	6.3	
29	1174.7557	1174.796	-0.040	1174.795	-0.039	800	3.84	9.7	
30	1166.9407	1166.985	-0.044	1166.984	-0.043	1000	4.84	4.0	1.9
32	1167.8528	1167.904	-0.051	1167.894	-0.041	1000	5.84	6.9	
34	1168.0808	1168.135	-0.054	1168.127	-0.046	2150	7.99	1.4	
35	1178.9408	1178.992	-0.051	1178.980	-0.039	850	8.84	3.5	
38	1232.5757	1232.615	-0.039	1232.610	-0.034	1810	10.65	6.6	0.9
39	1238.1041	1238.146	-0.042	1238.142	-0.038	890	11.54	2.9	
40	1202.7758	1202.826	-0.050	1202.821	-0.045	1200	12.74	6.9	
41	1190.9797	1191.024	-0.044	1191.021	-0.041	1090	13.83	5.4	
42	1191.6609	1191.709	-0.048	1191.709	-0.048	990	14.82	3.8	
43	1200.6929	1200.742	-0.049	1200.743	-0.050	1120	15.94	0.9	1.9
	Media (m)		<b>-0.048</b>		<b>-0.044</b>		Media (ppm)	<b>4.6</b>	<b>1.5</b>
	Desv.Típica		<b>0.005</b>		<b>0.005</b>		Desv.Típica	<b>2.7</b>	<b>0.6</b>
	Máximo		<b>-0.039</b>		<b>-0.034</b>		Máximo	<b>9.7</b>	<b>1.9</b>
	Mínimo		<b>-0.055</b>		<b>-0.054</b>		Mínimo	<b>0.8</b>	<b>0.9</b>

Tabla 4: Diferencias absolutas y relativas de alturas ortométricas

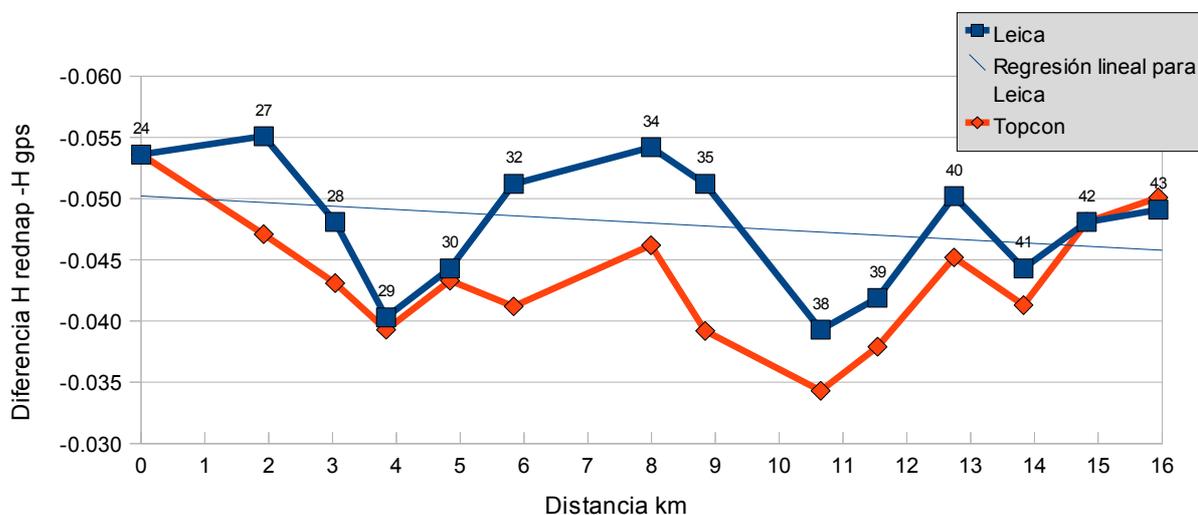


Fig. 5: Comparativa diferencias alturas ortométricas Leica y Topcon frente REDNAP

Las diferencias absolutas son de -4.4 y -4.8 cm para Topcon y Leica respectivamente, ambas con desviación típica ( $1\sigma = 68\%$ ) de 5 mm. Encajan bien dentro las estimaciones del IGN de 3.8 cm de diferencia absoluta con desviación típica también de 3.8 cm. En la figura 5 se aprecia por un lado que ambos softwares presentan bastantes dientes de sierra, esto es, diferencias relativas, pero la tendencia general es sensiblemente paralela entre ambos softwares, y además la regresión lineal indica que la altura ortométrica GPS+geoide es casi paralela a la  $H_{NIV}$ , lo que indica que con una simple traslación en cota se encajaría de modo absoluto con REDNAP.

Respecto a las diferencias relativas, solo calculadas para el software de Leica como ejemplo, son de 4.6 ppm (mm/km) en promedio, con una desviación típica de 2.7 ppm y una diferencia máxima de 9.7 ppm = 1 cm/km. Las estimaciones del IGN son de 2 ppm, si bien hay que tener en cuenta que el cálculo de 4.6 ppm está hecho entre señales cada 1 km aproximadamente, y las estimaciones del IGN entre señales cada 5 km. Si observamos la parte final de la tabla 4, las diferencias relativas entre las 4 señales principales cada 5 km, el resultado es de 1.5 ppm en promedio, mejorando las estimaciones del IGN. En general el gráfico indica que las fluctuaciones relativas (debidas en su mayor parte a los errores intrínsecos de la altimetría de los vectores GPS) se mantienen por debajo de 1 cm/km en todos los casos y que a mayor distancia mejor es la precisión relativa de la nivelación GPS+geoide.

### 5.3. Comparativa ondulación del geoide

Se realiza solo con los datos de Leica (tabla 5), siendo el resultado idéntico al obtenido con las diferencias de alturas ortométricas, ya que  $N_{EGM08} - N_{GPS} = N_{EGM08} - h_{GPS} + H_{REDNAP} = H_{REDNAP} - h_{GPS}$ . A tener en cuenta que el valor de -4.8 cm es negativo mientras la estimación del IGN de 3.8 cm es positiva, pero esto es debido a que ellos calculan restando observación (GPS-REDNAP) menos modelo (EGM08) mientras aquí está calculado como modelo-observación, con lo que la diferencia respecto a las estimaciones del IGN es de sólo 1 cm y del mismo signo. En la figura 6 se aprecia que en términos generales ambas ondulaciones de geoide encajan muy bien, siendo las discrepancias del orden de la desviación típica de +- 5 mm(68%). También se muestra en la figura 7 como encajan las ondulaciones del geoide EGM08\_REDNAP en la zona de trabajo.

Nº Punto	Distancia km acumulada	$N_{EGM08}$	$N_{GPS} = h_{GPS} - H_{REDNAP}$	Diferencias $N_{EGM08} - N_{GPS}$
24	0.00	53.607	53.661	-0.054
27	1.92	53.603	53.658	-0.055
28	3.04	53.600	53.648	-0.048
29	3.84	53.604	53.644	-0.040
30	4.84	53.607	53.651	-0.044
32	5.84	53.612	53.663	-0.051
34	7.99	53.616	53.670	-0.054
35	8.84	53.611	53.662	-0.051
38	10.65	53.603	53.642	-0.039
39	11.54	53.603	53.645	-0.042
40	12.74	53.593	53.643	-0.050
41	13.83	53.582	53.626	-0.044
42	14.82	53.586	53.634	-0.048
43	15.94	53.591	53.640	-0.049
Media (m)				<b>-0.048</b>
Desv. Típica				<b>0.005</b>
Máximo				<b>-0.039</b>
Mínimo				<b>-0.055</b>

Tabla 5: Diferencias ondulación geoide EGM08 respecto GPS-REDNAP para software Leica

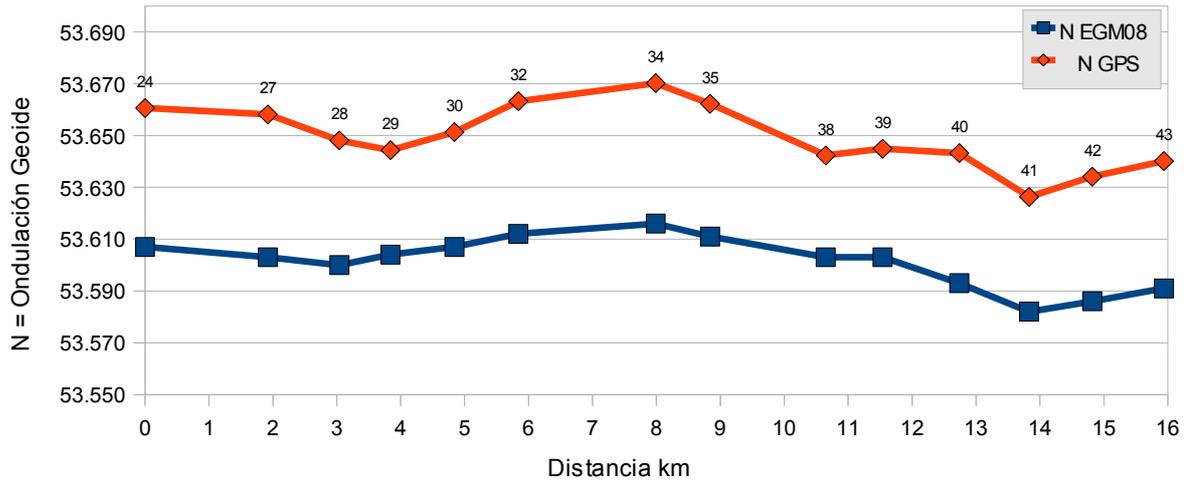


Fig. 6: Comparativa ondulaciones de geoida modelo EGM08\_RED NAP frente observaciones GPS-RED NAP

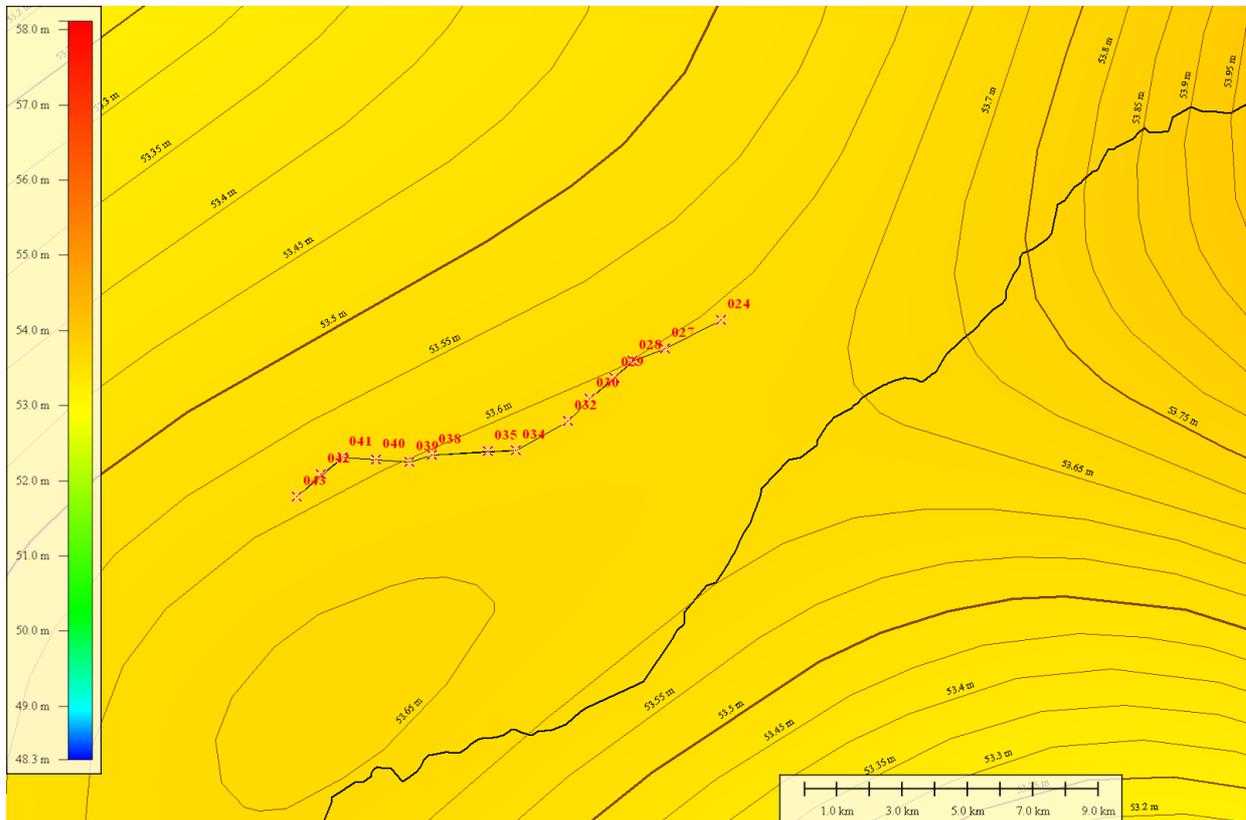


Fig. 7: Mapa curvas de nivel de ondulación geoida EGM08\_RED NAP

#### 5.4. Comparativa coordenadas señales GPS del IGN

Se realiza en las 4 señales principales 24, 30, 38, 43 separadas cada 5 km y de las cuales el IGN ha calculado mediante técnicas GPS la planimetría y altura elipsoidal, estacionando en cada señal 30' y radiando desde un REGENTE a menos de 20 km. Los resultados en la tabla 6 muestran unas diferencias entre 0.8 y 1.6 cm en planimetría, y una diferencia de -6.8 cm en altimetría respecto al IGN. Las diferencias en planimetría son pequeñas, más teniendo en cuenta

que unas están calculadas desde REGENTE y otras desde la Red GNSS (encajada con ERGNSS) con discrepancias que ya hemos comentado de hasta +/- 2cm. Las diferencias en altimetría sí son grandes, ya que esta es la componente más débil en el cálculo GPS, e influyen tiempos de observación, ionosfera y troposfera, constelación de satélites, software de postproceso, parámetros utilizados, etc. Si se utilizasen las alturas elipsoidales medidas por el IGN, las diferencias absolutas en H ortométrica pasarían de -4.8 a +2 cm, pero con signo contrario (observación – modelo) a lo estimado por el IGN de 3.8 cm.

Nº Punto	ETRS89- UTM huso 30					
	IGN			Proyecto		
	Este	Norte	h elipsoidal	Este	Norte	h elipsoidal
24	436631.810	4550220.973	1197.750	436631.803	4550220.954	1197.797
30	432617.453	4547784.001	1220.500	432617.441	4547784.016	1220.592
38	427759.840	4546059.140	1286.170	427759.841	4546059.178	1286.218
43	423609.911	4544769.084	1254.250	423609.897	4544769.115	1254.333

Nº Punto	Diferencias absolutas IGN - Proyecto			Diferencias relativas h elipsoidal	
	$\Delta$ Este	$\Delta$ norte	$\Delta$ h elipsoidal	Distancia m	Diferencia ppm
24	0.007	0.019	-0.047		
30	0.012	-0.015	-0.092	4840	9.3
38	-0.001	-0.038	-0.048	5810	7.6
43	0.014	-0.031	-0.083	5290	6.6
Media (m)	<b>0.008</b>	<b>-0.016</b>	<b>-0.068</b>	Media (ppm)	<b>7.8</b>
Desv.Típica	<b>0.007</b>	<b>0.025</b>	<b>0.023</b>	Desv.Típica	<b>1.4</b>
Máximo	<b>0.014</b>	<b>0.019</b>	<b>-0.047</b>	Máximo	<b>9.3</b>
Mínimo	<b>-0.001</b>	<b>-0.038</b>	<b>-0.092</b>	Mínimo	<b>6.6</b>

Tabla 6: Diferencia coordenadas IGN - proyecto en señales principales

## 6. Conclusiones

### 6.1. Respecto al postproceso

Los test del Anova y T-test sobre las medias indican que estadísticamente el software de postproceso y ajuste (Leica y Topcon) afecta significativamente a la exactitud (media) de las altura ortométrica. En altimetría se aprecia que no existen diferencias (1 mm máximo) entre las señales extremas 24, 43, lo cual indica un buen acuerdo en el ajuste de la red exterior, mientras en la red interior existen discrepancias de hasta 12 mm con una media de 4 mm entre ambos softwares.

Según el Test de Levene la desviación estándar de las diferencias de alturas ortométricas sí es similar estadísticamente entre ambos softwares (+/- 5 mm) lo cual indica que el software no afecta significativamente a la precisión (diferencias relativas) de los datos, esto es, que procesando siempre con el mismo software e idénticos parámetros, la consistencia y precisión interna de la red ha de mantenerse, aunque si se cambia de software probablemente cambien las cotas absolutas.

Dado que no existe el grado de fiabilidad y comprobación de una nivelación geométrica doble y cerrada, para conseguir una cierta redundancia y comprobación en los resultados GPS, es imprescindible medir las líneasbase formando triángulos, que permitan un ajuste robusto y detección de errores. Los errores en los vectores líneasbase se transmiten directamente a la

precisión final de las coordenadas, de ahí que no han de superar la tolerancia esperada para las coordenadas finales. En caso de que algún vector no alcance la tolerancia esperada, lo mejor es volverlo a medir en campo. En este caso la desv. típica (RMS) para la componente altimétrica de los vectores Topcon (más realistas que Leica) es de 2 a 8 mm, lo cual encaja con las diferencias relativas en alturas ortométricas calculadas respecto a REDNAP, promedio de 4.6 mm y máximo de 1 cm. Si la consistencia interna de los vectores calculados se mantiene por debajo de 1 cm, es esperable que las diferencias relativas en alturas ortométricas también se mantenga por debajo.

## **6.2. Respecto a la comparativa alturas ortométricas**

Las diferencias absolutas respecto a altura ortométrica REDNAP para Leica GeoOffice y TopconTools son de: 4.8 y 4.4 cm respectivamente, cercano a los 3.8 cm estimados por el IGN.

La tendencia en ambos softwares es sensiblemente paralela a cero, lo cual indica que con una simple traslación en altura encajaría con REDNAP.

Las diferencias relativas medias son de 4.6 ppm (mm/km) con desviación típica de 2.7 ppm para señales separadas 1 km, lo cual es peor que las 2 ppm estimadas por el IGN, pero si se calcula entre señales principales separadas 5 km, como lo estima el IGN, las diferencias relativas mejoran hasta 1.5 ppm. Esto indica que a mayor distancia mejor es la precisión relativa de la nivelación GPS+geoide. La diferencia máxima en 1 km es de 1 cm (9.7 ppm), lo cual sitúa el error máximo esperado en este orden.

## **6.3. Respecto a la comparativa ondulación del geoide**

Las diferencias son idénticas (es el mismo cálculo) a las obtenidas en diferencias de alturas ortométricas, de 4.8 mm +/- 5 mm para Leica. Se aprecia en la figura que ambas ondulaciones de geoide encajan muy bien, lo cual indica que las discrepancias del orden de +/- 5 mm(68%) similares a la desviación típica de las medidas GPS, son en su mayor parte achacables a la medición GPS, y no al modelo EGM08 que mantiene una precisión relativa mayor (líneas suaves).

## **6.4. Respecto a la comparativa coordenadas GPS del IGN**

Sobre las 4 señales principales 24, 30, 38, 43 los resultados muestran unas diferencias entre 0.8 y 1.6 cm en planimetría, y una diferencia de -6.8 cm en altimetría respecto al IGN. Las diferencias en altimetría son grandes, y pueden deberse no solo al marco de referencia distinto (REGENTE frente ITACYL/ERGNSS) sino a que esta es la componente más débil en el cálculo GPS, e influyen tiempos de observación, ionosfera y troposfera, constelación de satélites, software de postproceso, parámetros utilizados, etc.

## **6.5. Resumen conclusiones**

A la vista de los resultados, utilizando la metodología presentada en este trabajo se pueden obtener alturas ortométricas con precisiones absolutas del orden de 5 cm respecto REDNAP, y precisiones relativas inferiores a 1 cm entre señales espaciadas cada km, utilizando técnicas GPS y el nuevo modelo de geoide EGM08\_REDNAP. Siempre teniendo en cuenta que es necesario más que nunca un chequeo exhaustivo de los vectores y ajuste GPS ya que no se cuenta con la fiabilidad de una nivelación doble y cerrada. En función de los requisitos de la obra se debe valorar la idoneidad de este tipo de nivelación.

En cuanto a la evaluación del modelo EGM08\_REDNAP los datos calculados coinciden sensiblemente con las estimaciones del IGN en cuanto a diferencias absolutas y relativas.

## **7. Bibliografía**

- Centro de Observaciones Geodésicas del IGN- Spain, C., 2009. El nuevo modelo de geoide para España EGM08-REDNAP. 2009-12-23.
- Meyer, T.H., Baron, R., 2010. Improving Surveying Accuracy and Efficiency in Connecticut: An Accuracy Assessment of GEOID03 and GEOID09. Department of Natural Resources and the Environment Articles. Paper 12.
- Zilkoski, D.B., Carlson, E.E., Smith, C.L., 2005. Guidelines for Establishing GPS-Derived Orthometric Heights (Standards: 2 cm and 5 cm) Version 1.4.